LLANÇAMENT DE MONEDES

Santiago Manrique
Miguel A. de Miguel

1 ESPECIFICACIONS GENERALS 2
1.1 NOM PROGRAMA 2
1.2 AUTORS 2
1.3 TEMÀTICA 2
1.4 ASSIGNATURA 2
1.5 NIVELL ESCOLAR 2
2 INSTRUCCIONS DE FUNCIONAMENT 2
2.1 POSADA EN MARXA 2
2.2 DIAGRAMA ESTRUCTURAL DEL PROGRAMA 3
2.3 EXPLICACIÓ DE LES PAGINES 4
2.3.1 PÀGINA 0 4
2.3.2 PÀGINA 1 5
2.3.3 PÀGINA 2 6
2.3.4 PÀGINA 3 7
2.3.5 PÀGINA 4 8
2.3.6 PÀGINA 5 9
2.4 INTERACCIÓ / TECLES DE FUNCIÓ 10
3 ASPECTES PEDAGÒGICS 12
3.1 OBJECTIUS 12
3.2 CONEIXEMENTS PREVIS 12
3.3 FONAMENTACIÓ TEÒRICA 13
3.4 METODOLOGIA D'ÚS 13

1 ESPECIFICACIONS GENERALS

1.1 NOM PROGRAMA

LLANÇAMENT DE MONEDES

1.2 AUTORS

Santiago MANRIQUE CATALAN i Miguel Angel de MIGUEL PEREZ

membres del grup ABAX

1.3 TEMÀTICA

El programa simula el llançament d'algunes monedes (entre 2 i 7) i serveix per analitzar la variable aleatòria "nombre de creus obtingudes" a cada tirada , un cop s'ha fixat el nombre de monedes amb què es treballa. Les freqüències absolutes, les relatives i les probabilitats associades als possibles resultats de l'experiència es representen gràficament mitjançant diagrames de barres o bé histogrames segons els casos. També es comparen les freqüències relatives i les probabilitats.

1.4 ASSIGNATURA

Matemàtiques

1.5 NIVELL ESCOLAR

Primer de BUP. Tercer de BUP i Estadística de FP.

2 INSTRUCCIONS DE FUNCIONAMENT

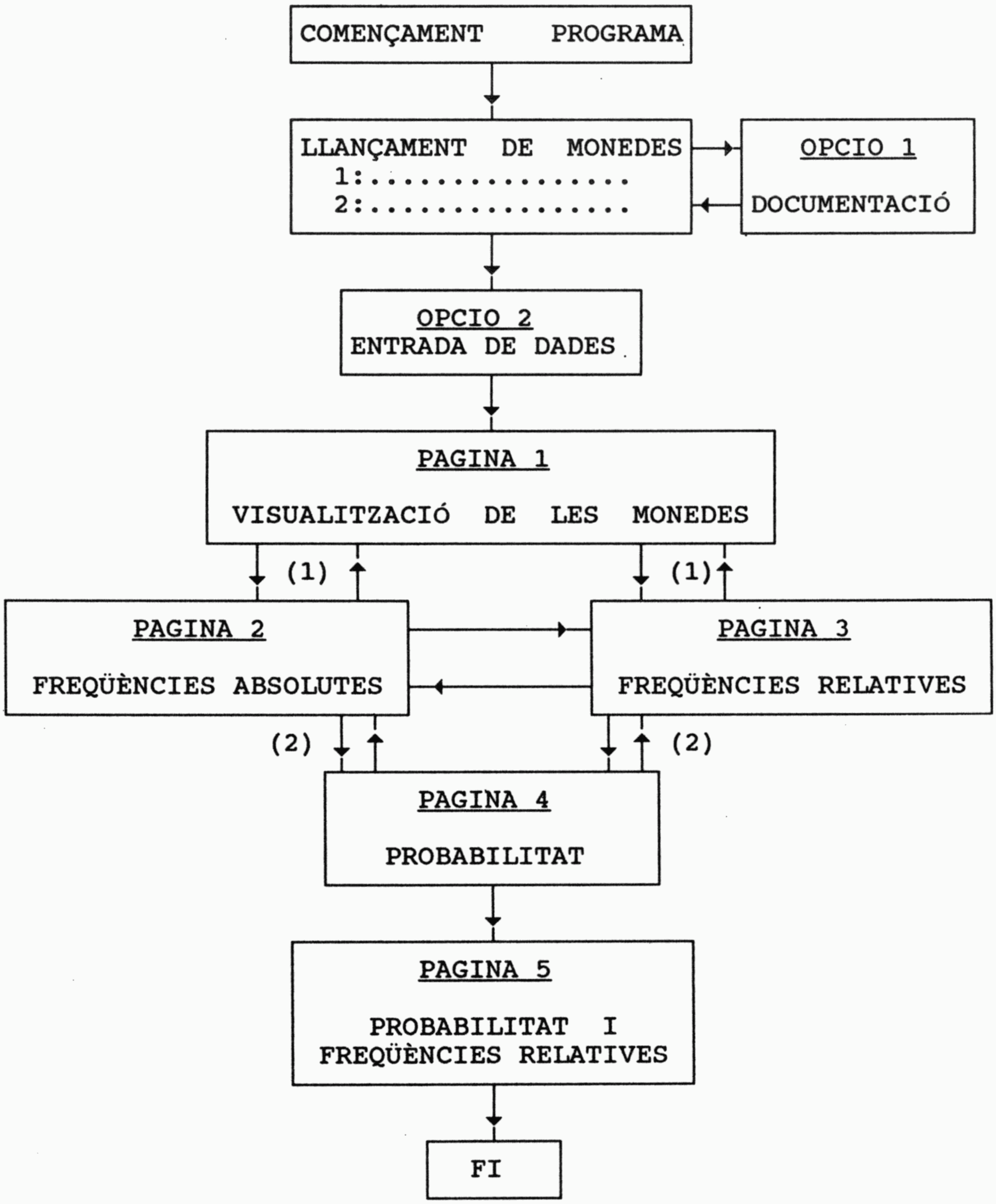
2.1 POSADA EN MARXA

El programa ofereix, al principi, la possibilitat d'accedir a una breu documentació sobre ell mateix (opció 1). Durant aquesta consulta es pot retornar, en qualsevol moment, al punt inicial.

Una vegada s'ha elegit l'opció 2 de posada en marxa del programa, se sol.licita el nombre de tirades a fer i el nombre de monedes. Aquests valors es mantindran fixos al llarg de l'execució i no es poden modificar, si no és que es recomença l'execució del programa.

El programa sol.licita també la velocitat d'execució. Aquesta pot oscil.lar entre 1 (velocitat mínima) i 9 (velocitat màxima) i pot canviar-se en qualsevol moment del programa, des de les pàgines 1, 2, o 3.

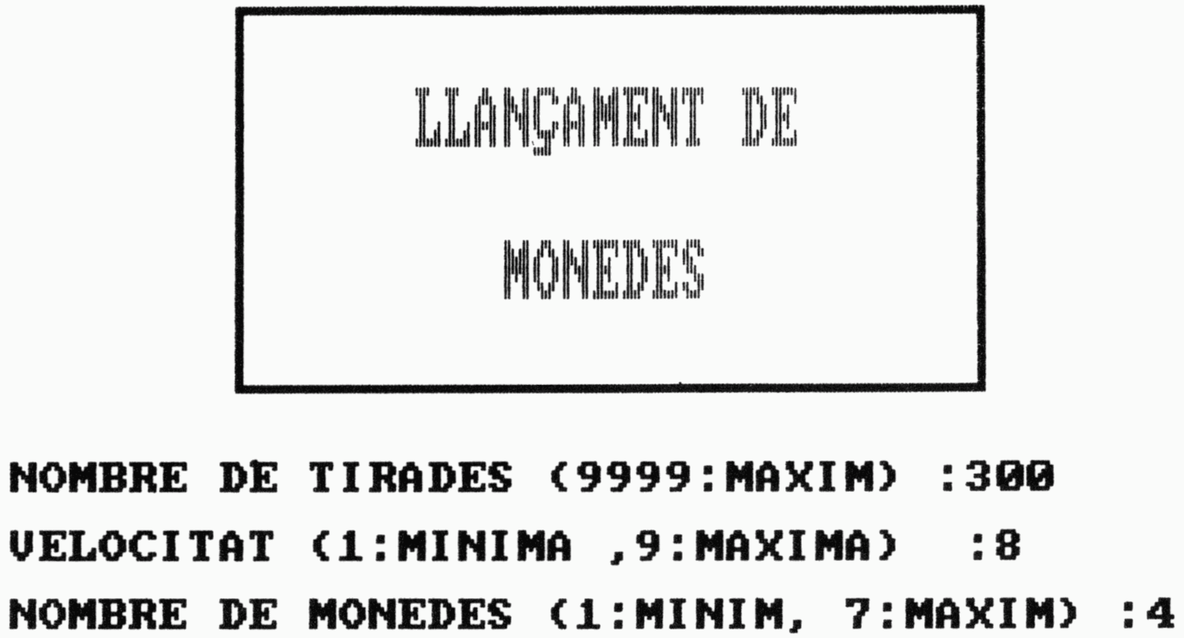
2.2 DIAGRAMA ESTRUCTURAL DEL PROGRAMA



1: Sols durant els llançaments. 2: Sols al final dels llançaments

2.3 EXPLICACIÓ DE LES PAGINES

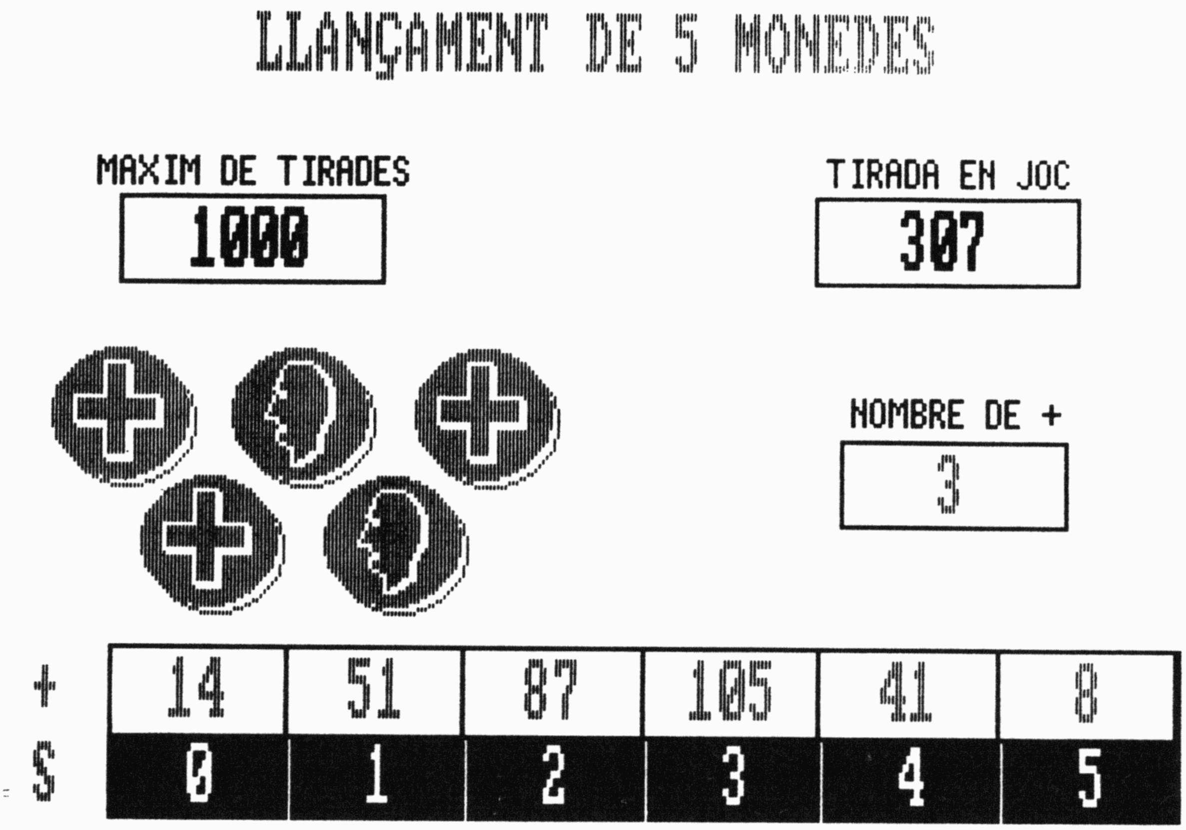
2.3.1 PÀGINA 0



Després d'elegir l'opció (2), inici de programa, apareix aquesta pàgina on s'hi demana el nombre total de tirades a realitzar (que restarà fix durant tota l'execució) i la velocitat desitjada (que es podrà variar en el seu transcurs). També es pot escollir la quantitat de monedes a llançar.

A la línia inferior s'assenyalen algunes de les diverses opcions a què es pot accedir.

2.3.2 <u>**PÀGINA 1**</u>



A aquesta pàgina es visualitza el llançament de les 5 monedes (3 creus i 2 cares), el nombre de creus (3), el nombre màxim de tirades (1.000) i el nombre de la tirada en joc (307).

S representa els possibles resultats del nombre de creus (De 0 a 5).

+ representa la freqüència absoluta de cada un dels esdeveniments possibles.

2.3.3 <u>PÀGINA 2</u>

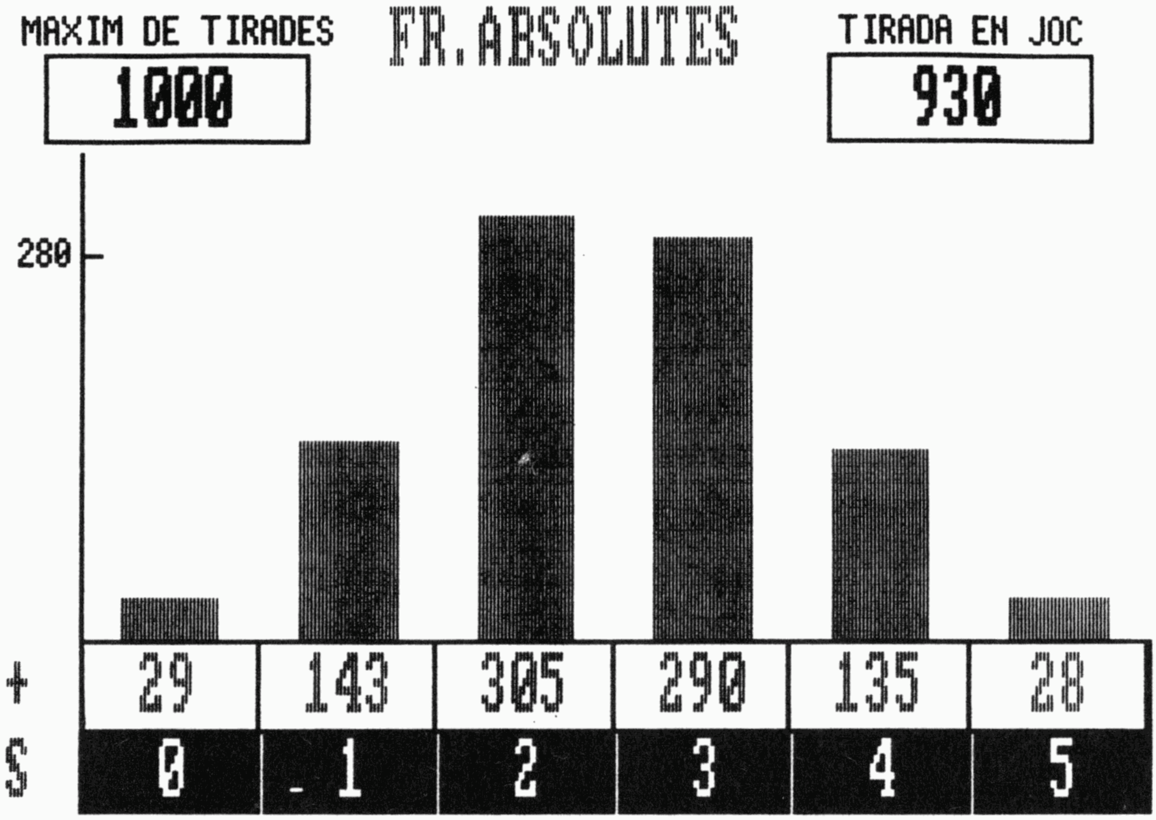


Diagrama de barres de les freqüències absolutes de l'experiència. Aquest es construeix sobre cada una de les caselles. L'escala presa queda senyalitzada al marge esquerre. També s'hi recull la quantitat de tirades i el nombre de la tirada en joc.

En llançar els daus i segons la velocitat, s'actualitza la freqüència absoluta. Això es fa incrementant l'alçària de la columna corresponent, acumulant-s'hi els últims resultats.

2.3.4 <u>**PÀGINA 3**</u>

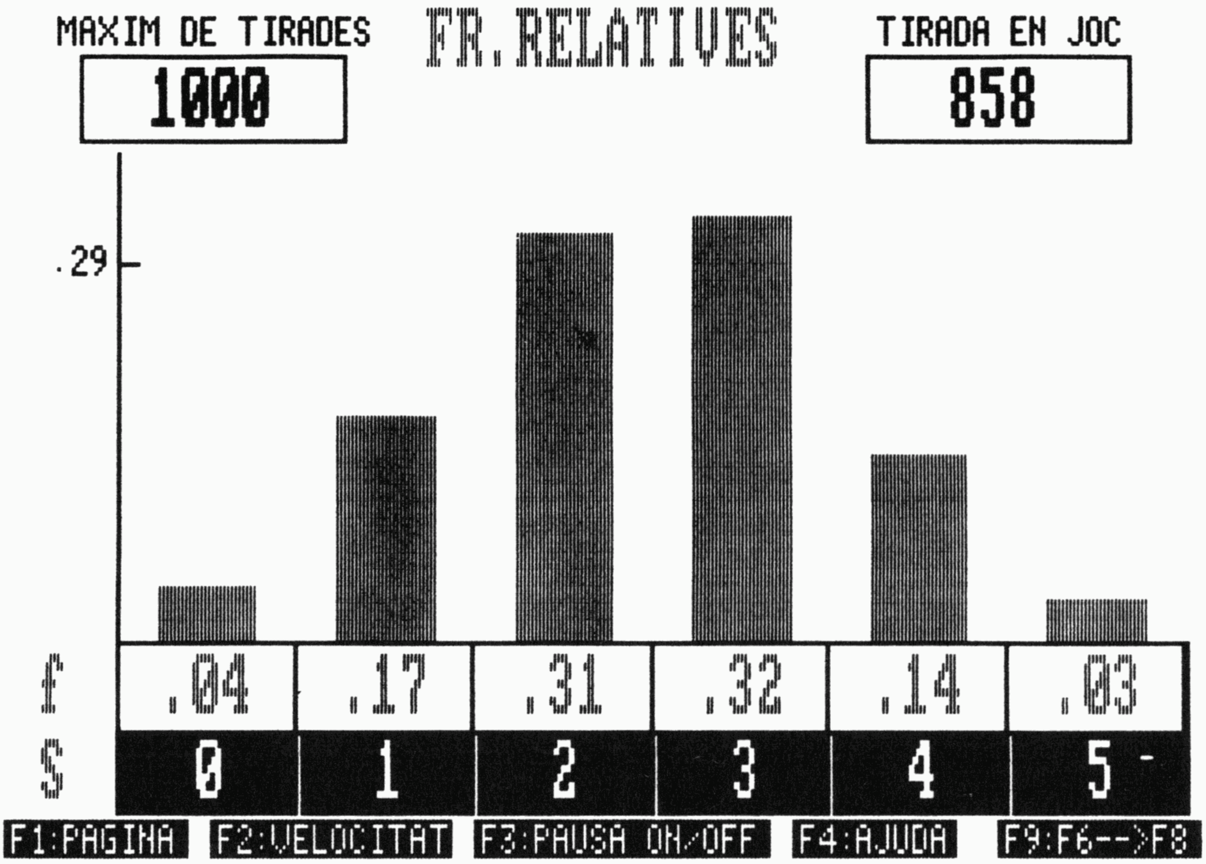
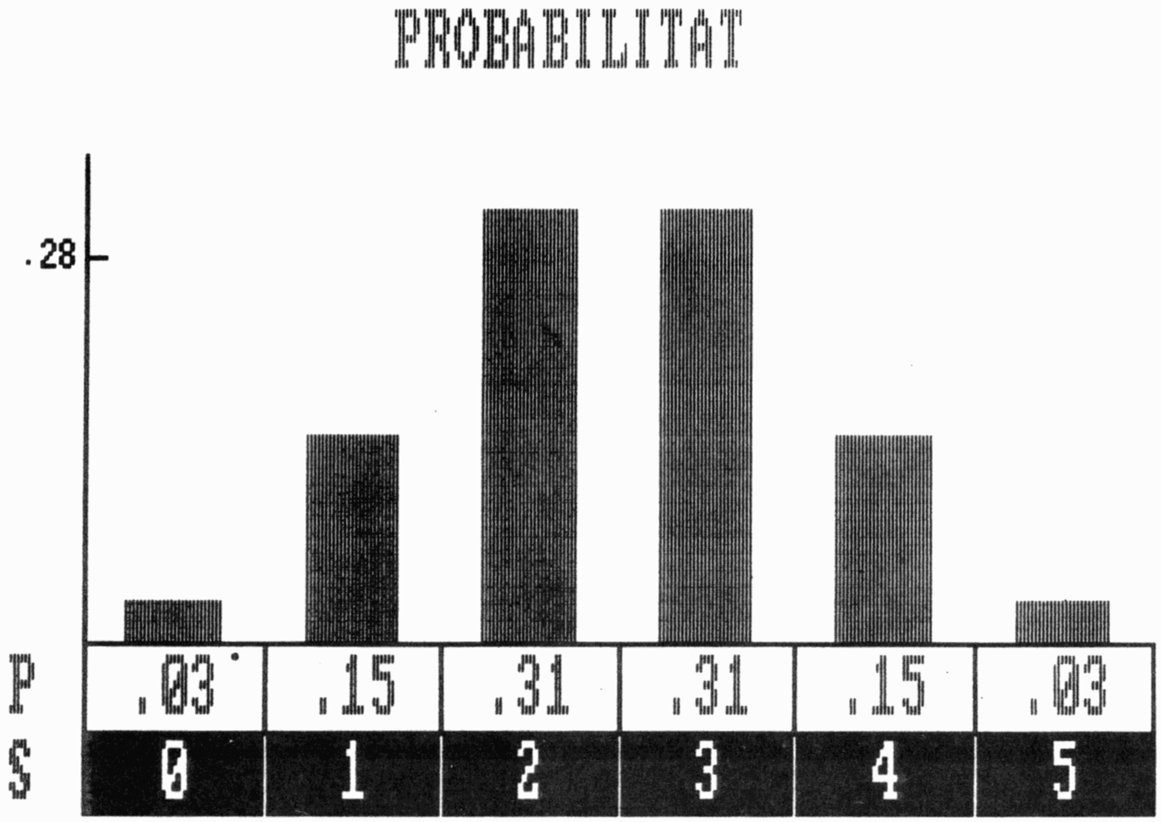


Diagrama de freqüències relatives.

f representa la freqüència relativa de cadascun dels possibles esdeveniments (expressada amb dues xifres decimals). L'escala que s'ha pres queda també assenyalada al marge esquerre.

L'actualització de l'histograma suposa una oscil.lació de les diferents columnes respecte a la seva posició prèvia.

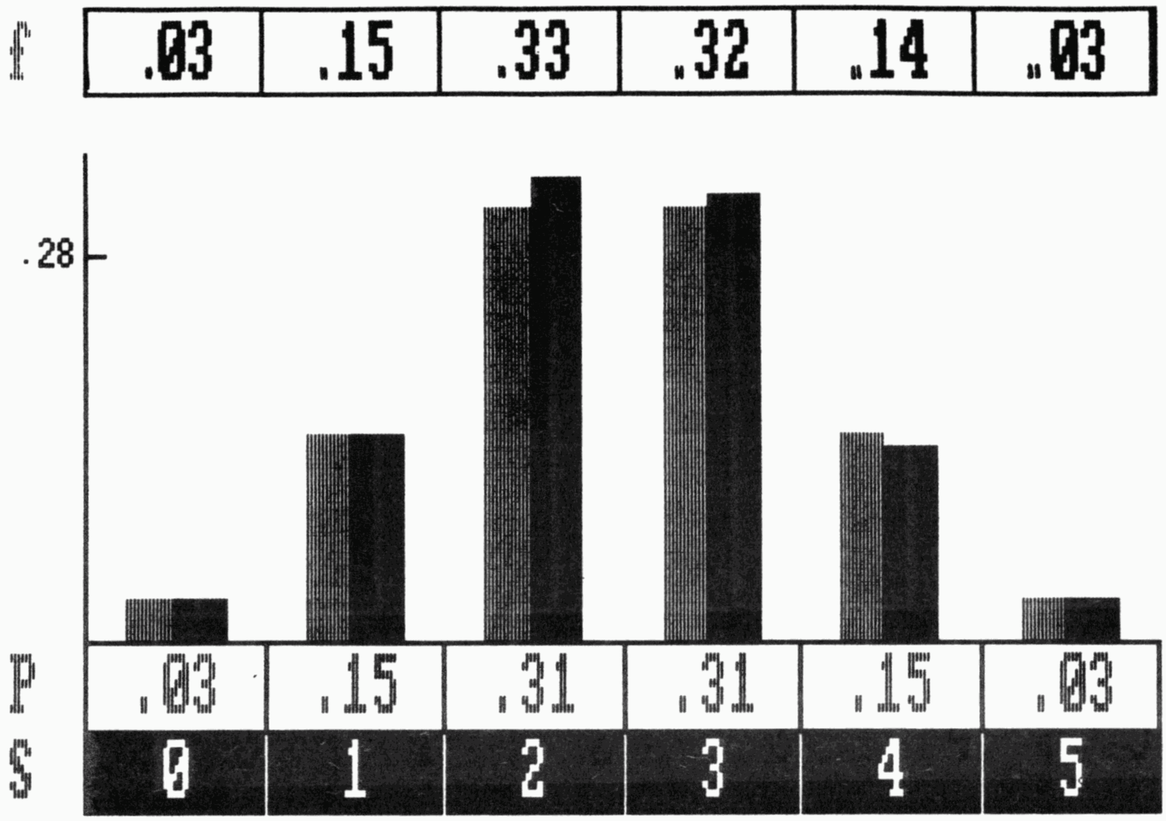
2.3.5 <u>**PÀGINA 4**</u>



Histograma associat a la probabilitat de l'experiència.

P representa la probabilitat associada a cadascun dels esdeveniments. Al marge esquerre hi apareix novament l'escala.

2.3.6 <u>PÀGINA 5</u>



Histograma associat a la probabilitat de l'experiència i el diagrama de freqüències relatives.

f representa la freqüència relativa de cadascun dels possibles esdeveniments (expressada amb dues xifres decimals).

P representa la probabilitat associada a cadascun dels esdeveniments.

Al marge esquerre hi apareix novament l'escala.

Es poden comparar simultàniament tots dos histogrames.

2.4 INTERACCIÓ / TECLES DE FUNCIÓ

Des d'aquest moment, la interacció amb el programa s'aconsegueix per mitjà de les tecles **F1** a **F9**, situades totes a la part esquerra del teclat de l'ordinador.

La línia de peu de pantalla és destinada a recordar la missió de cadascuna d'aquestes tecles. Els missatges són agrupats en dos blocs de visualització alternativa: **F1** → **F4** i **F6** → **F8**. El missatge de la tecla **F9**, que és visible als dos blocs, permet d'optar per la visualització d'un bloc o l'altre. Algunes tecles estan actives només durant certes fases del procés i tan sols aleshores apareixeran a la línia de peu de pantalla (o bé a l'opció visualitzada o a l'alternativa).

Descrivim tot seguit la funció detallada de cadascuna de les tecles:

F1 : PAGINA

Permet passar d'una pàgina a l'altra. Prement **F1** apareix indicat sobre la línia inferior el nombre de les pàgines a les quals es pot passar en aquell moment. Durant el llançament de les monedes es pot accedir a les PAGINES 1, 2 i 3. Quan els llançaments ja s'han acabat, a les pàgines 2, 3, 4 o bé 5. Des de la pàgina 5, última del programa, no es pot retrocedir a les pàgines anteriors.

F2 : VELOCITAT

Serveix per regular la velocitat d'exhibició del programa. Només està activa a les pàgines 1, 2, i 3, però el seu mecanisme de funcionament és diferent en l'una o l'altra.

A la pàgina 1, la tecla **F1** permet de variar la velocitat en el llançament de les monedes. La velocitat 9 fa que apareguin interrogants en lloc de la cara o creu de les monedes i en la casella on s'hi indica el nombre de creus, cosa que permet d'assolir la màxima velocitat prevista.

A les pàgines 2 i 3 s'utilitza per a determinar el nombre de tirades que s'han de fer abans que s'efectuï una actualització de l'histograma. La relació que hi ha entre la velocitat i el nombre de tirades queda reflectida en el quadre següent:

Velocitat	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n	2	4	8	16	32	64	128	256	512

que respon a la fórmula $n = 2^V$

F3 : PAUSA

Permet d'aturar el programa durant alguns moments del seu funcionament. L'estat de pausa es manifesta a la línia de peu de pantalla mitjançant un canvi de color. La seva execució només es reemprendrà quan premem novament **F3**.

F4 : AJUDA

Ofereix un extracte sobre el funcionament del programa i les seves possibilitats d'interacció. En prémer **F4**, aquesta informació apareix a la pantalla. Per esborrar la pàgina d'ajuda i tornar al punt en què s'ha interromput el procés, s'ha de prémer la tecla **X** (SORTIDA).

F6 : MENÚ GENERAL

Provoca la finalització del programa retornant el control al sistema operatiu. Encadena aquest programa amb la resta dels programes que formen el paquet didàctic.

F7 : INICI PROGRAMA

Serveix per a realitzar una nova execució del programa. Aquesta funció està activa a partir de la pàgina 0. Elimina el temps inicial d'espera necessari per a la primera execució.

F8 : LÍNIA ON/OFF

Mitjançant aquesta tecla es pot visualitzar o amagar la línia informativa que hi ha al peu de la pantalla. S'ha d'anar amb compte, ja que si s'esborrés aquesta línia (prement **F8**), no podríem veure la informació fins que no tornéssim a prémer **F8**, per tal que tornés a aparèixer. La visualització d'alguns missatges d'especial importància no queda afectada per l'acció d'aquesta tecla.

F9 :F1 ⟶ F4 / F6 ⟶ F8

Permet de seleccionar entre les dues línies d'ajuda previstes dins del programa. Sempre apareix a la pantalla, si no és que s'elimini mitjançant la tecla **F8**.

3 ASPECTES PEDAGÒGICS

3.1 OBJECTIUS

L'objectiu fonamental del programa és analitzar, de manera experimental, la relació que existeix entre la freqüència relativa i la probabilitat associades a una experiència aleatòria. En aquest cas és el nombre de creus obtingudes en llançar simultàniament diverses monedes (el seu nombre és fix al llarg d'una experiència)

L'estudi es fa simulant, mitjançant l'ordinador, l'experiència aleatòria. Aquesta es pot repetir un nombre variable de vegades depenent de l'elecció de l'usuari. El programa consta de diverses fases, que es visualitzen per mitjà de diferents pantalles. Aquestes ens porten a l'estudi de la freqüència absoluta, en primer lloc; després al de la freqüència relativa i per últim al de la probabilitat. També s'estableix una comparació del model teòric amb l'experimental.

3.2 CONEIXEMENTS PREVIS

Aquest programa fa servir, al llarg del seu desenvolupament, els conceptes següents: experiència aleatòria, esdeveniment, conjunt de tots els possibles resultats, freqüència absoluta, freqüència relativa, probabilitat i variable aleatòria.

La utilització del programa es pot fer a diferents nivells.

Al primer nivell, no es pressuposa el coneixement previ per part de l'alumne dels conceptes esmentats anteriorment, atès que aquest programa servirà per a fer una introducció elemental d'aquests (a excepció del concepte de variable aleatòria).

Al segon nivell, se suposa que l'alumne coneix els conceptes introduïts al nivell primer. A partir d'aquests, s'avança cap al concepte de variable aleatòria i s'aprofundeix en la relació que existeix entre freqüència relativa i probabilitat.

3.3 FONAMENTACIÓ TEÒRICA

S'estableix primerament l'espai mostral associat a l'experiència aleatòria "nombre de creus obtingudes" en llançar diverses monedes.

Les definicions que es consideraran són: freqüència absoluta d'un esdeveniment (nombre de vegades que es realitza aquest esdeveniment en efectuar n llançaments), freqüència relativa d'un esdeveniment (la freqüència absoluta d'aquest dividida pel nombre total de llançaments n) i probabilitat (nombre de casos favorables dividit pel nombre de casos possibles). La probabilitat s'estableix d'acord amb la Regla de Laplace, a partir d'un estudi teòric de l'espai mostral.

Per a les representacions gràfiques s'utilitzen diagrames de barres acumulatius per a les freqüències absolutes i histogrames per a les relatives. La relació entre la freqüència relativa i la probabilitat assignada a un esdeveniment s'estableix d'acord amb la llei dels grans nombres.

3.4 METODOLOGIA D'ÚS

Abans d'utilitzar el programa, es recomana realitzar l'experiència real, a la classe amb els alumnes. Amb aquesta finalitat s'efectuaran els llançaments corresponents de les monedes, registrant els resultats obtinguts i representant-los de manera adequada. Després es farà una primera anàlisi d'aquests resultats.

Al llarg d'aquesta experiència s'introduiran, segons el nivell, els conceptes teòrics necessaris. Es poden incloure, dins d'un nivell inferior, els següents: experiència aleatòria, esdeveniment, conjunt de resultats, freqüència relativa i probabilitat. Dins d'un nivell superior, a més de repassar els conceptes anteriors, s'hi afegiran el de variable aleatòria i la relació que existeix entre freqüència relativa i probabilitat.

Després d'aquesta fase teòrica-experimental, es recrearà l'experiència mitjançant l'ordinador utilitzant el programa documentat aquí.

La simulació de l'experiència permetrà que l'alumne, en repetir el seu desenvolupament reforci els conceptes utilitzats.

L'ús de l'ordinador permet de realitzar un nombre més gran de llançaments, al contrari de l'experiència directa. A més a més, s'ofereix la possibilitat d'obtenir representacions gràfiques més acurades i de forma quasi immediata. El fet de poder disposar d'aquestes representacions gràfiques permet fer una anàlisi comparativa en diferents moments de l'experiència.

Com ja ho hem vist, el programa és estructurat en diverses pàgines. No és aconsellable, en una primera visió, d'utilitzar totes les possibilitats que ens ofereix. Es recomana establir una seqüència d'utilització que estigui d'acord amb la finalitat didàctica que es vol assolir a cada moment.

Entre les diferents alternatives, poden resultar adequades les següents formes d'utilització, depenent dels objectius:

- Per a analitzar els conceptes d'experiència aleatòria i de freqüencia absoluta es poden utilitzar els continguts de les pàgines 1 i 2.

- Per a estudiar el concepte de freqüència relativa es poden utilitzar els continguts de les pàgines 1 i 3.

- Per a contrastar els conceptes de freqüència absoluta i freqüència relativa es pot utilitzar el contingut de les pàgines 2 i 3.

- Per a analitzar la relació que existeix entre la freqüència relativa i la probabilitat es pot utilitzar el contingut de les pàgines 3, 4 i 5. La pàgina 5 estableix la relació que existeix entre elles.

El nombre de tirades que s'efectuaran ha d'oscil.lar entre uns límits raonables. Això és especialment important per obtenir relacions adequades entre la freqüència relativa i la probabilitat associades a un esdeveniment. Per sota dels 80 - 100 llançaments, el resultats obtinguts tenen poca significació. Si el valor supera les 3.000 - 5.000 tirades, la simulació serà excessivament llarga i monòtona.

La velocitat de la simulació és variable. Això permetrà que en cada moment es pugui seleccionar la velocitat més adequada.

Durant els primers llançaments, realitzats a la pàgina 1, la velocitat ha de ser prou lenta per permetre una observació detallada dels diversos elements que componen la pàgina: nombre de tirades, dibuix de cadascuna de les monedes, suma de les seves puntuacions i anotació a la part inferior de la pantalla dels resultats obtinguts. És important que l'alumne es fixi en l'actualització de la freqüència absoluta corresponent.

Un cop l'alumne hagi captat el mecanisme de la seqüència anterior, convé incrementar la velocitat per tal de reduir el temps que s'usa en la simulació. En arribar a un cert punt, resulta interessant prescindir de la visualització de les monedes. Això permet de centrar l'atenció en la variació de la freqüència absoluta, a més d'incrementar la velocitat.

La velocitat, a les pàgines 2 i 3, està relacionada amb l'actualització de l'histograma. Es recomana buscar un punt d'equilibri adequat per tal que la simulació no sigui excessivament lenta (si s'actualitza massa sovint) ni que la pàgina sigui massa estàtica (si s'actualitza poc sovint).

En qualsevol de les pàgines o situacions la tecla **F3** (PAUSA) pot resultar adequada per aturar la imatge i, eventualment, realitzar algun aclariment.

Per a acabar, cal recordar que el programa permet de canviar de pàgina en funció de les necessitats que es presentin al llarg de l'explicació. El pas entre les pàgines 2 i 3 resulta d'utilitat especial. Els possibles canvis queden reflectits al diagrama estructural.